Soit $I(x,y,z)$ le point d'intersection des droites D et D'

On a : $x = 2\alpha + 1 = 3$ car $\alpha = 1$; $y = -2\alpha - 1 = -3$ et $z = \alpha + 3 = 4$

d'où : $I(3,-3,4)$

3°/ a) D étant la droite passant par $E(1,-1,3)$ et de vecteur directeur

$\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

On a : $E(1,-1,3)$ vérifie l'équation du plan P_m car :

$m(1) + (-1) + (2-2m).(3) + 5m - 5 = m - 1 + 6 - 6m + 5m - 5 = 0$

$\vec{u}$ est un vecteur du plan P_m car : $m(2) - 2 + (2-2m)1 = 0$ d'où $D \subset P_m$.

b) $\overrightarrow{OI}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$, voyons si $\overrightarrow{OI}$ est un vecteur de P_m.

on a : $m(3) + (-3) + (2-2m).4 = 3m - 3 + 8 - 8m = 5 - 5m$

$\overrightarrow{OI}$ est un vecteur du plan P_m si et seulement si $5 - 5m = 0$ donc $m = 1$

Si $m = 1$: $(\overrightarrow{OI}) // P_m$ et $O \in P_m$ donc (OI) est incluse dans le plan P_m

et par suite $(OI) \cap P_m = (OI)$.

Si $m \neq 1$: (OI) n'est pas parallèle à P_m donc $(OI) \cap P_m = \{J_m\}$

Soit (x,y,z) les coordonnées du point J_m.

$$J_m \in (OI) \Leftrightarrow \overrightarrow{OJ_m} = \alpha \overrightarrow{OI} \text{ d'où } \begin{cases} x = 3\alpha \\ y = -3\alpha \\ z = 4\alpha \end{cases}$$

$J_m \in P_m$ donc : $mx + y + (2-2m)z + 5m - 5 = 0$

On a ainsi : $m(3\alpha) + (-3\alpha) + (2-2m)(4\alpha) + 5m - 5 = 0$

$$\alpha(3m - 3 + 8 - 8m) = 5 - 5m \text{ d'où } \alpha = 1$$